

## СТРУКТУРНО-НОМІНАТИВНИЙ ПІДХІД ДО СИСТЕМАТИЗАЦІЇ ЗМІСТУ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ

**В.О. Грищенко**

*кандидат фізико-математичних наук,*

*старший науковий співробітник*

*Національного технічного університету України*

*„Київський політехнічний інститут”*

Запропоновано застосовування структурно-номінативного підходу реконструкції наукових теорій для тлумачення триєдності змісту навчання математики. Даний підхід відповідає аксіоматичній системі знакових теорій Лосєва. Тим самим відкривається можливість застосування апарату іменованих множин стосовно проблеми трансформації змісту навчання математики в умовах реформування освіти.

**Ключові слова:** структурно-номінативний підходу реконструкції наукових теорій для тлумачення триєдності змісту навчання математики, трансформації змісту навчання математики в умовах реформування освіти.

Теперішнє оновлення конкретних цілей освіти, окреслення пріоритетних напрямів викликані перш за все факторами соціально-економічного, науково-технічного і технологічного характеру. Ця система повинна органічно узгоджуватися зі стратегією розвитку українського суспільства щоб стати вирішальним чинником, ресурсом поліпшення добробуту людей для забезпечення національних інтересів, зміцнення авторитету і конкурентноздатності держави на міжнародній арені, як це зазначено в Національній доктрині розвитку освіти.

Якою б не була педагогічна доктрина, закладена в основу навчання, його зміст передається текстом. Іноді говорять, що математична мова – це деяка сукупність математичних позначень, яка не претендує бути знаряддям людського спілкування. Звичайно, що в реальності кожний автор математичного тексту шукає можливості для дохідливого донесення до читачів певних абстрактних істин. Але без загальної теорії змісту навчання не можна цілеспрямовано і успішно формувати методи навчання.

Видатний філософ і лінгвіст О.Ф.Лосєв висунув ідею постановки знакових принципів комунікації, що визначають структуру людського спілкування, на аксіоматичну основу [6]. Його власна спроба створення подібної аксіоматики не претендувала на те, щоб відобразити суть навчальних математичних текстів.

Оскільки зміст навчання – це такий об'єкт, наповнення якого залежить від міри усвідомлення його будови та інших чинників освітнього процесу, то виникає проблема трансформації змісту до рівня педагогічної діяльності.

Нашою метою у поданій статті є виявлення таких відношень між елементами змісту, об'єктивно існуючих в теперішній системі шкільного навчання математики, щоб вони відображали концептуальні закономірності процесу навчання. Доцільно при цьому визначити засоби трансформації змісту навчання математики, узгоджених з умовами реформування.

Звернемося до так званої структурно-номінативної реконструкції наукових законів [3]. Застосування такої теоретичної операції відтворення дозволяє виділяти і досліджувати нові класи закономірностей як по місцю їх у процесі навчання, так і важливі за роллю в дидактичному вченні взагалі.

З конструктивістської точки зору підхід до навчально-освітнього шкільного процесу, запропонований в [4] передбачає виділення і окреслення трьох системоутворюючих компонентів навчання:

- 1) сфери довідкової частини математичних знань;
- 2) сфери логічних схем і конструкцій;
- 3) сфери інтуїтивної, образної уяви.

Кожну із даних трьох частин ми називаємо *компонентом троїчності навчального матеріалу* з математики. Наш подальший аналіз спрямований на теоретико-множинне тлумачення процесу навчання в їх різноманітних формах. Тобто, далі ми станемо говорити про правило формування елементів наповнення компонент троїчності.

Саме по собі виділення і вербальне оснащення окремих частин складної структури еволюційного характеру не може одразу стати предметом науково-практичного дослідження, якби не були б,

крім цього, віднайдена для них набір співвідношень якісного характеру.

Звернемося до означення іменованої множини  $X$  [3, 10]. Це така впорядкована трійка  $(X, \alpha, I)$ , де

$X$  – називається носієм іменованої множини;

$I$  – множина імен іменованої множини;

$\alpha$  – відношення іменування іменованої множини  $X$ .

З теоретико-множинної точки зору, носій  $X$  відображається за допомогою відношення  $\alpha$  в множину  $I$ . Так введено іменовану множину  $(X, \alpha, I)$  в більш пізніх роботах М. Бургін, називає тріадами [1; 2]. При цьому таку інтерпретацію в [3] названо концептуальною, а множини  $X$  і  $I$  названо сутностями.

В контексті розвитку основ структурування математичних знань будемо називати множину  $X$  носієм математичних знань, коротко – носієм.

Для кожного елемента  $x \in X$  відношення іменування  $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$  ставить у відповідність тріаду його імені  $\alpha(x) = (i_1, i_2, i_3)$ . Будемо вважати

$i_1 = \alpha_1(x)$  – прийняте ім'я (назва, позначення, формула тощо) цього елемента;

$i_2 = \alpha_2(x)$  – його логічний зміст згідно із прийнятою системою позначень (імен) логічних конструкцій;

$i_3 = \alpha_3(x)$  – інтуїтивний образ елемента  $x$ , який має створитися в уяві того, хто приступає до свідомого раціонального його сприйняття.

Носій математичних знань  $X$  не є зарані визначеним і знаходиться у постійному розвитку у ході нарощення математичних знань. Немає ніякої необхідності зарані конкретизувати імена його елементів поза відношення  $\alpha$ . Тут варто порівняти дану ситуацію з з образним висловлюванням видатного німецького математика Д.Гільберта стосовно аксіом геометрії: в якості її об'єктів – точок, прямих і площин – можна взяти півні кружки, стільці і столи, якщо їх сукупність задовольняє вихідним аксіомам. Для математики взагалі характерні такі переходи від неформалізованих аксіоматичних систем типу геометрії Евкліда або механіки Ньютона до формалізованих типу Евклідової геометрії у формі, яку їй надав Д.Гільберт.

Зауважимо, що існування певної подібної до нашої тріади знань характерні не тільки для предмету математики. Кожен спеціаліст – вчитель-предметник – старається в процес навчання надавати навчальному матеріалу логічну стрункість і охайність з одного боку, та

образну принадність з другого боку. Коли вчитель літератури одним із своїх завдань на своїх уроках бачить у тому, щоб “навчити школярів думати”, то він має на увазі постійне відслідковування компоненти

$i_2 = \alpha_2(x)$ , правда побудованої за тими умовностями, що характерні саме для літератури, причому у відповідності до конкретних історичних умов.

Але при всьому тому жодний шкільний предмет крім математики своєю програмою не вимагає від учня оволодіння специфічною логікою предмету. Лише старанний та ініціативний педагог ставить таке завдання ставить собі у вигляді надзадачі. І тільки для математики склалася така традиція, що крім тверджень і формулювань вимагається знання ходу їх обґрунтувань, тобто доведень. А в задачах потрібно відповіді обов'язково оснащувати розв'язаннями.

Ключовою проблемою в даному контексті виглядає питання про одиницю навчання, або ще кажуть про “клітинку” процесу навчання. І.Я. Лернер називає “клітинкою” навчання акт (дію) організованого наслідування нової для суб'єкта діяльності [5]. Лернер вважає, що початковим актом навчання є подання (демонстрація) деякої нової одиниці інформації для засвоєння учнями за принципом “роби, як я”. З цим можна погодитися, якщо додати до “роби, як я” дію “уяви те, що говорю я”. Ядром цього акту вважається та діяльність, досвід якої накопичується і зберігається в пам'яті, як результат виховання у тому чи іншому соціальному середовищі.

Якщо гіпотеза про акт організованого наслідування правильна, то аналіз цієї “клітинки” становить основу в побудов елементів носія  $X$ . Крім того, робиться очевидним, що в процесі навчання у зв'язку з накопиченням і розширенням у пам'яті спорідненого з тематикою навчання досвіду масштаби окремого акту наслідування будуть розширюватися, а з ним змінюватиметься множина  $X$ .

Щоб краще окреслити елементи множини  $X$ , потрібно також враховувати трикомпонентність акту організованого наслідування: він необхідно складається із дії вчителя, дії учня і того способу, за яким відбувається необхідна передача досвіду. Якесь порушення тільки в одному із складників може привести до суттєвої зміни носія.

Отже, якщо говорити про  $x \in X$ , як про “клітинку” навчання, то вона мусить нести в

собі інформацію про відношення між вчителем і учнем та про спосіб їх спілкування. Акт наслідування, розгорнутий у часовому просторі, складає цикл навчання. Як ми зазначили, кожний акт наслідування призводить до певного розширення знань, що дозволяє кожний новий акт починати за новим способом діяльності. Тобто кожний новий акт наслідування базується на досвіді попереднього. Тому Лернер пропонує одиницею процесу навчання обирати два послідовні цикли актів наслідування.

Вивчення структури так введеної одиниці навчання дозволяє дати означення таких ключових педагогічних понять, як навчання, учіння та засвоєння. Зокрема, учінням можна назвати організоване сприйняття соціального досвіду, що складається із послідовних актів наслідування та забезпечує засвоєння змісту освіти. Таке означення знаходиться у повній відповідності з тим, як його визначає З.І. Слєпкань [7]: учіння – свідома діяльність учнів під керівництвом учителя, спрямована на засвоєння знань, формування навичок і вмінь, закріплення і застосування набутих знань.

Принципово важливою особливістю клітинки освіти  $x \in X$  є наявний зв'язок сприйняття учнями нової інформації з її застосуванням. Саме на рівні носія  $X$  фіксується основне дидактичне відношення: відношення між:

- 1) діяльністю по передачі досвіду, тобто викладанням;
- 2) діяльністю сприйняття досвіду, тобто учінням;
- 3) об'єктом засвоєння, тобто змістом освіти.

Характер цього відношення регулюється організаційними формами освіти. Після визначення змісту освіти подальша реалізація навчання має за своєю природою об'єктивний характер, втручання суб'єктивного фактора в який має тільки корегуючу направленість по вдосконаленню навчання. Важливо також зазначити, що саме на рівні акту наслідування визначається рушійна сила процесу навчання, її мотиваційна природа – на цьому рівні проявляється протиріччя між рівнем підготовки учня до діяльності сприйняття знань і потребами суспільства у рівні цієї підготовки. Закономірності і стан сприйняття та засвоєння змісту визначає рівень мотивації навчання. Для того, щоб прослідкувати цей стан, достатньо провести порівняння потенціального рівня сприйняття акту наслідування між черговими циклами навчання. Навчання не може відбутися, якщо цей рівень не досягає регламентованих суспільними потребами норм.

Зміст і вигляд тріади імені  $\alpha(x) = (i_1, i_2, i_3)$  для “клітинки”  $x$  регламентується принципами навчання. Як запропоновано в [3], стосовно

шкільного навчання математики ці принципи можна звести до чотирьох правил: триєдності, нероздільності, незлитності і односутності.. Їхнє тлумачення мовою номологічних структур можна виконати цілком природно і просто. Порядок слідування правил триєдності може бути довільним, оскільки серед них немає головних і другорядних. Проте на перше місце ми виносимо триєдність, як заголовну властивість всієї тріади імені.

**1. Триєдність.** Для кожного  $x \in X$  його ім'я  $\alpha(x)$  має троїчну структуру. Це означає, що область визначення  $\alpha(x)$  має вигляд  $I = I_1 \times I_2 \times I_3$ , де

$\alpha_1(x) \in I_1$  – ім'я “клітинки” у вигляді математичного означення або твердження; вся ця сукупність по мірі навчання наповнює сферу довідкової частини математичних знань. Ми не ототожнюємо  $I_1$  з усією сферою, оскільки на кожному освітньому етапі переобтяжувати область визначення результатів навчання не має сенсу.

$\alpha_2(x) \in I_2$  – логічна схема одиниці навчання  $x$ , доведення того твердження, яке міститься в даній “клітинці”; множина  $I_2$  по мірі навчання наповнює сферу логічних схем і конструкцій.

$\alpha_3(x) \in I_3$  – інтуїтивний образ одиниці навчання  $x$ , який утворюється в уяві учня від засвоєння даної клітинки навчання; ця компонента має відверто суб'єктивну природу, оскільки залежна від суб'єктивного досвіду вчителя і учня і в ній виражено явну залежність від попереднього досвіду учня. Аналогічно до перших двох компонент ця складова поповнює сферу інтуїтивної, образної уяви.

Отже, триєдність навчання означає певну тривимірність кожної одиниці математичних знань, яка має реалізовуватись у процесі навчання. Згідно з принципом триєдності оволодіння курсом математики можливо лише на шляху паралельного опанування матеріалом трьох сфер навчання математики.

**2. Нероздільність.** Неможливо відокремити одну компоненту від двох інших і розвивати ці частини автономно. Стосовно навчання математики цей принцип завжди був безсумнівним для педагогів. З абстрактної точки зору така можливість є, якщо, наприклад, при навчанні спиратися тільки на матеріал із довідників. Однак на такому шляху залишається неможливим повноцінно опанувати програмним курсом

математики, якщо не звертатися при цьому до логічних обґрунтувань та образних порівнянь. Так само на рівні лише інтуїції теж неможливо засвоїти замкнутий і самодостатній розділ, не говорячи про весь курс. Формально в номологічній структурі вимагається нероздільність по тій причині, що в ній елементи носія  $X$  визначаються по мірі розвитку знання на кожному її етапі. Зокрема, стосовно змісту "клітинки" навчання необхідно вимагають оновлення по мірі його математичної освіченості учнів.

**3. Незлитність.** Існуюча практика навчання математики не передбачає злиття якихось двох компонентів в одну. Причиною тому є природа людського мислення. Абстрактне злиття

компоненти  $\alpha_i(x)$  з компонентою  $\alpha_j(x)$  можливе, якщо замість них розглядати декартовий добуток  $\alpha_i(x) \times \alpha_j(x)$ . Але

множина їх визначення  $I_i \times I_j$  буде мати незручну структуру, громіздкий образ для опрацювання. Принцип незлитності стверджує, що не існує якоїсь загальноновизнаної методики викладання математики, відмінної від класичної, з її своїми специфічними, відмінними від існуючих, логічними одиницями.

**4. Односутність.** Кожна із компонент  $\alpha(x) = (\alpha_1(x), \alpha_2(x), \alpha_3(x))$  визначає функціональну залежність від змінної  $x$ . Тобто для кожного  $x \in X$  значення  $\alpha(x)$  одне і тільки одне. За своїм змістом принцип односутності вимагає від кожної компоненти відображення суті математики, а не чогось іншого. Стосовно практики навчання математики цей принцип головним чином обмежує розвиток сфери уявних образів, утримуючи в рамках, необхідних для навчального процесу.

Таким чином, суть структуризації навчального матеріалу за принципами

триєдиності зводиться до поділу біжучого матеріалу на три компоненти так, щоб для них виконувалися чотири наведені тут привила. Проте слід зазначити, що такий поділ матеріалу на три складові можна віднести до принципових рішень в систематизації навчального матеріалу. Якщо звернутися до історії людської культури, то впадає в очі те помітне місце, яке займає триада у формуванні різноманітних класифікацій, що передують формулюванням законів розвитку природи. Бургін вважає, що триада взагалі є основою фундаментальності будови Світу, оскільки все складається з триад і ніщо не існує само по собі, без будь-якого зв'язку [2].

Ми не вважаємо, що число три може відігравати роль ключового аргументу. Проте вироблена теорія номінологічних структур дозволяє в даному разі, на наш погляд, досить виразно дати коректну і лаконічну форму опису триєдиності навчального матеріалу. Порушення вимог триєдиності в навчальних текстах з математики може служити необхідною ознакою їх відповідності систематичності пропонованих знань. Будь-яка модернізація методики навчання математики дістає природне завершення при наділенні її триєдиною схемою поділу змісту навчання.

Використання структурно-номінативного підходу дає право позитивно відповісти на питання про формалізацію структурних відношень складових елементів змісту навчання математики. Це дозволяє зіставити структуру триєдності з аксіоматикою Лосєва, результатом чого виявляється можливість використання апарату іменованих множин для прикладної трансформації змісту навчання в умовах сучасних реалій.

---

---

## ЛІТЕРАТУРА

1. Бургін М. Емпіричне обґрунтування теорії триад // Доповіді Міжнародного конвенту тринітарних знань. – 1997/1998. – №1. – С. 119-127.
2. Бургін М. На шляху до «Абсолюту» // Вісн. НАН України. – 1993. – №5. – С. 29-35.
3. Бургін М.С., Кузнецов В.И. Номологические структуры научных теорий. – К.: Наукова думка, 1992. – 220 с.
4. Грищенко В.О. Триєдиність у навчанні математики: методологічний аспект. – К.: ІВЦ "Видавництво «Політехніка»", 2005. – 194 с.
5. Лернер И.Я. К вопросу о клеточке обучения // Новые исследования в педагогических науках. – М.: Педагогика, 1980. – с. 24-27.
6. Лосев А.Ф. Знак. Символ. Миф. – М.: Изд. Моск. ун-та, 1982. – 480 с.
7. Слєпкань З.І. Психолого-педагогічні та методичні основи розвивального навчання математики. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2004. – 240 с.

Стаття надійшла до редакції 16.10.2006 р.

